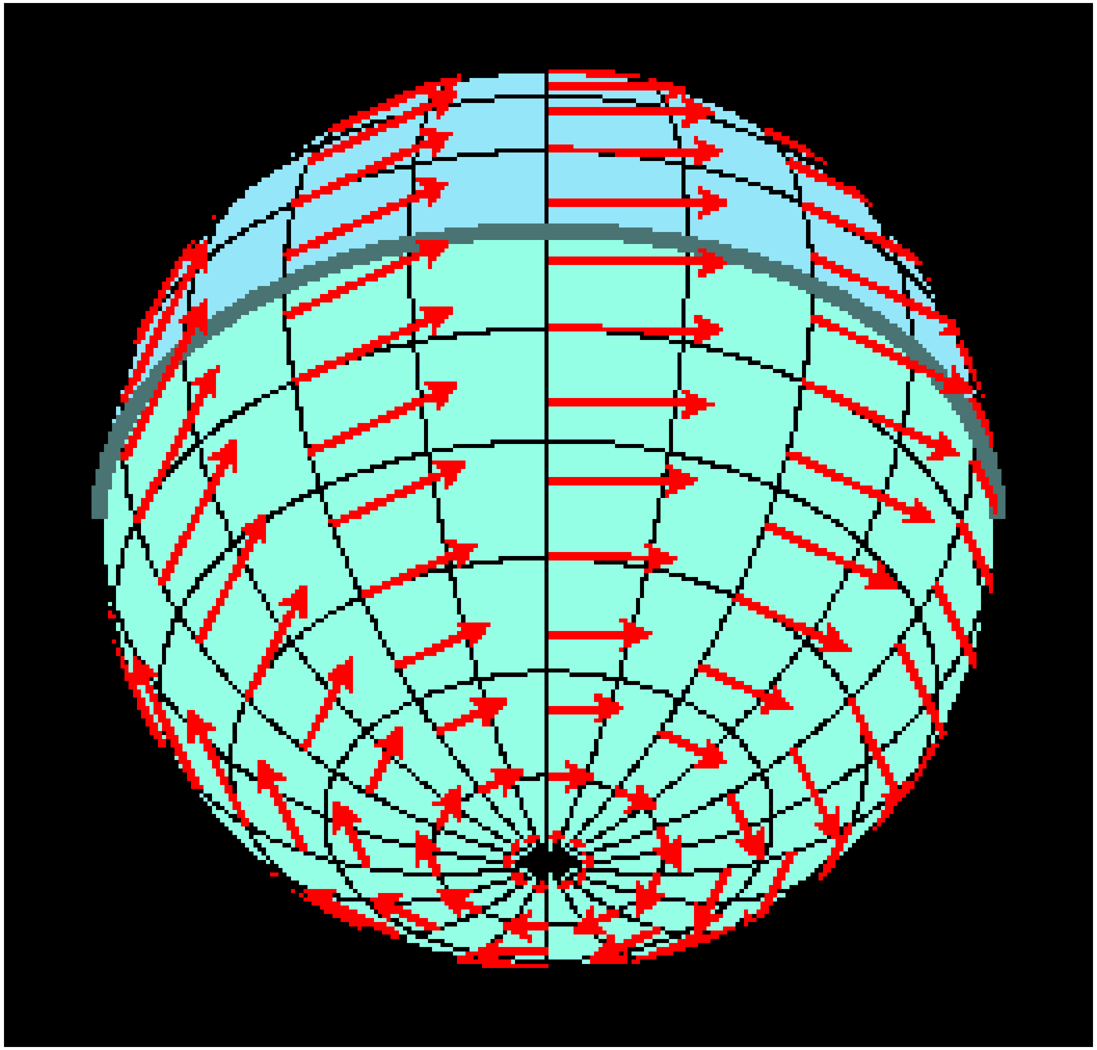
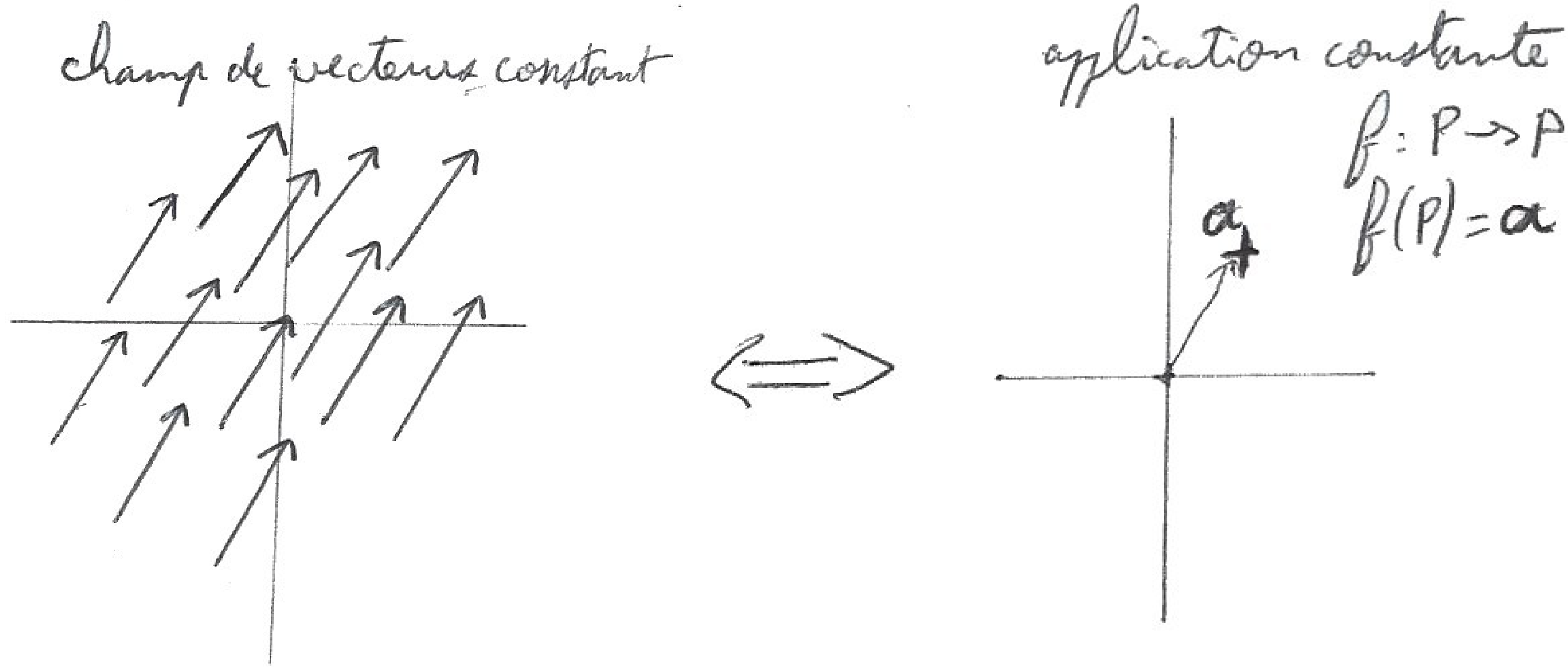
Champs de vecteurs et points d'annulation



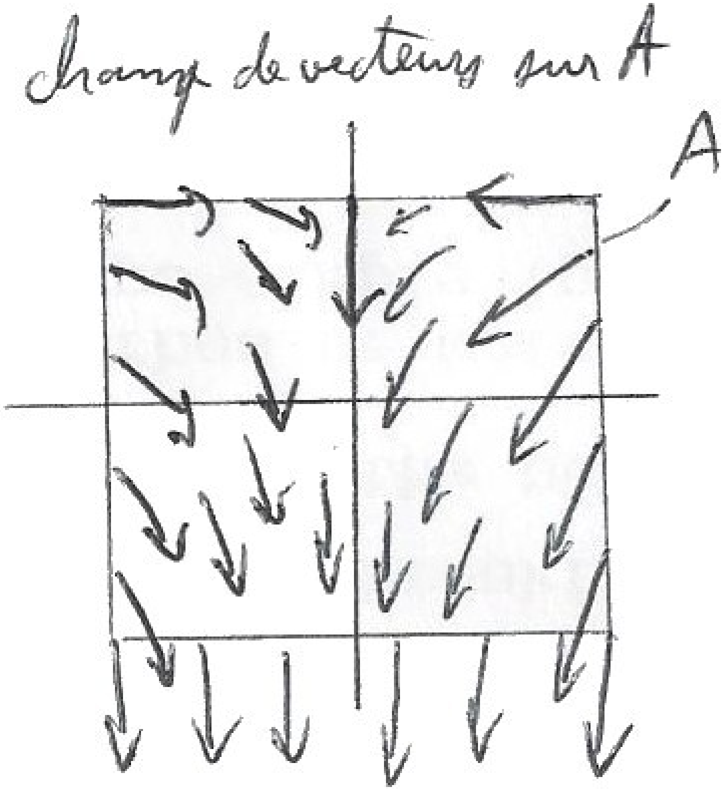
Exposé réalisé par William Dallaporta

Avec l'aide de Titouan Sérandour et de Klaus Niederkruger.

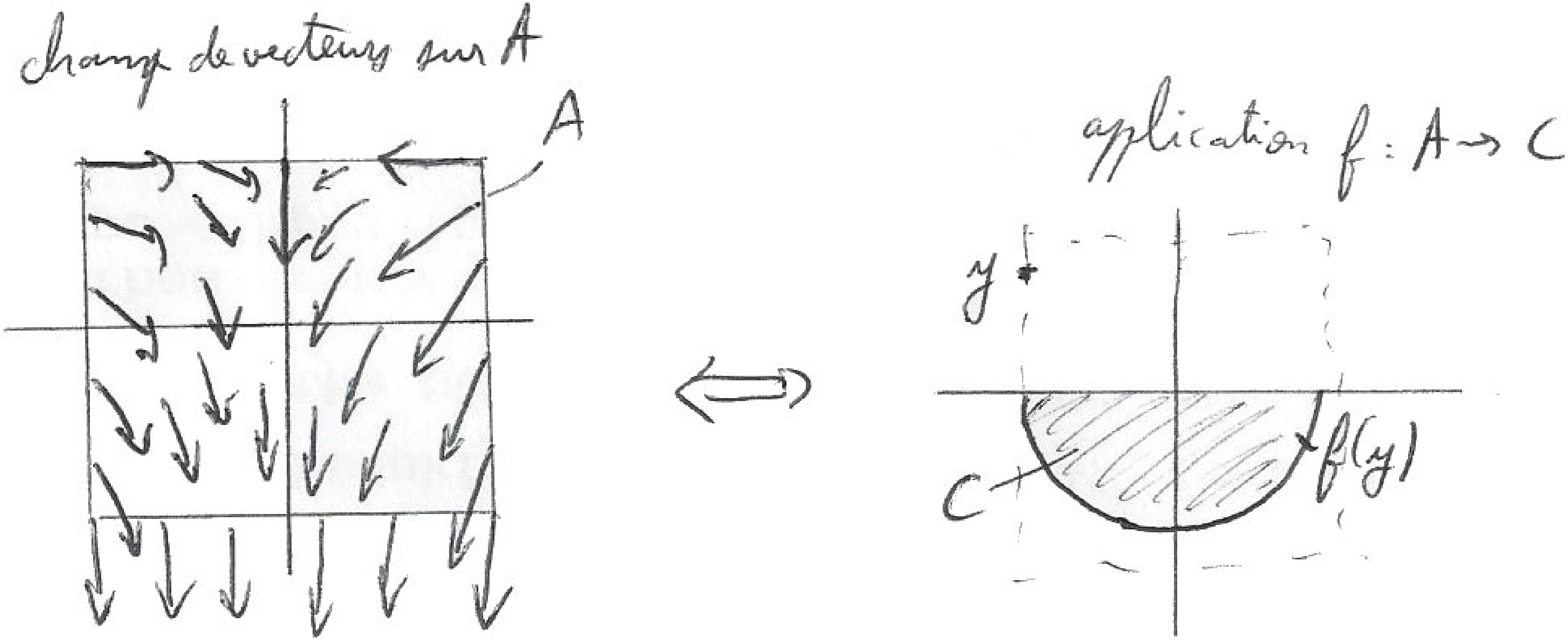
Équivalence entre champ de vecteurs et application



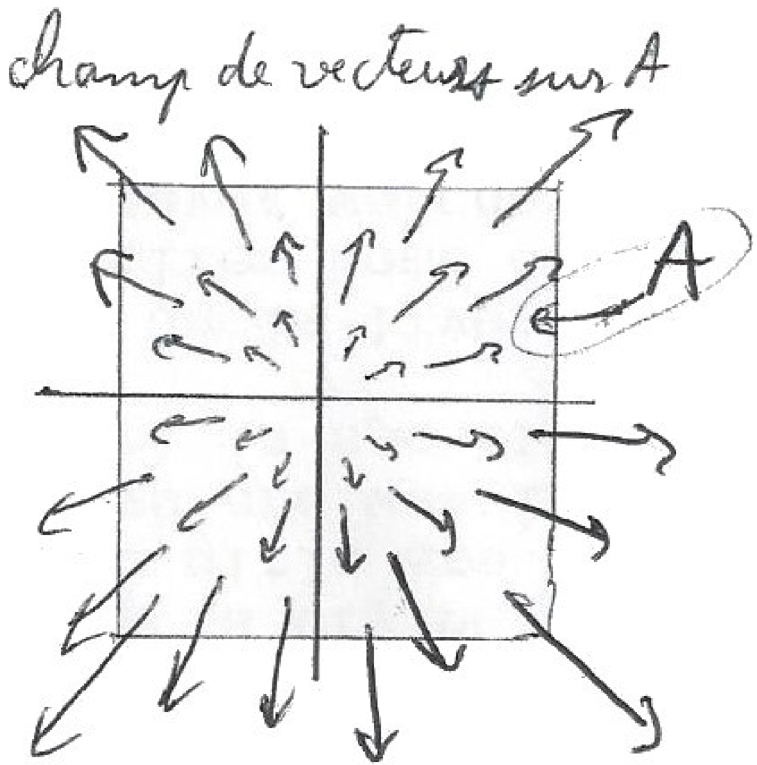
Équivalence entre champ de vecteurs et application



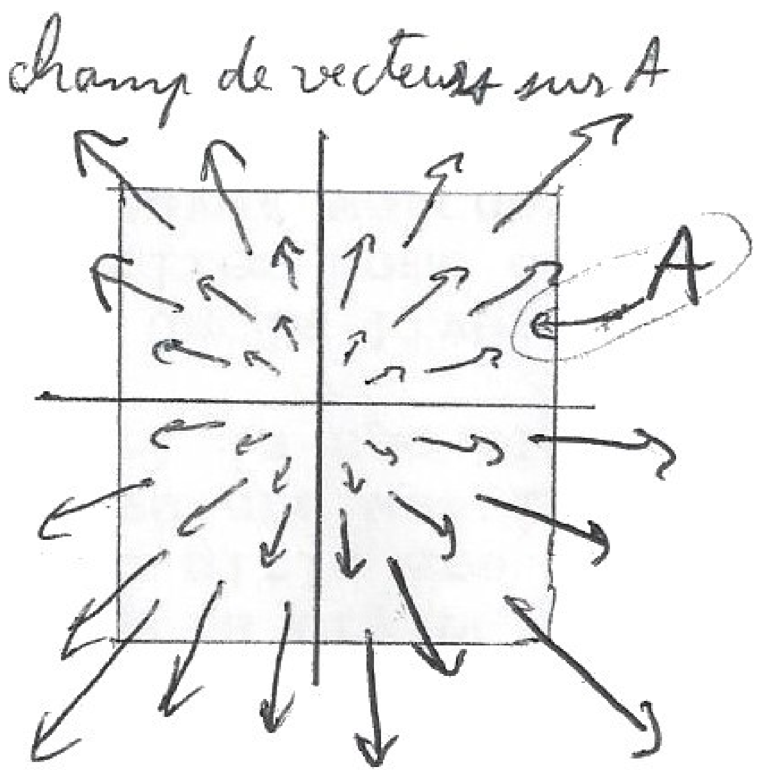
Équivalence entre champ de vecteurs et application



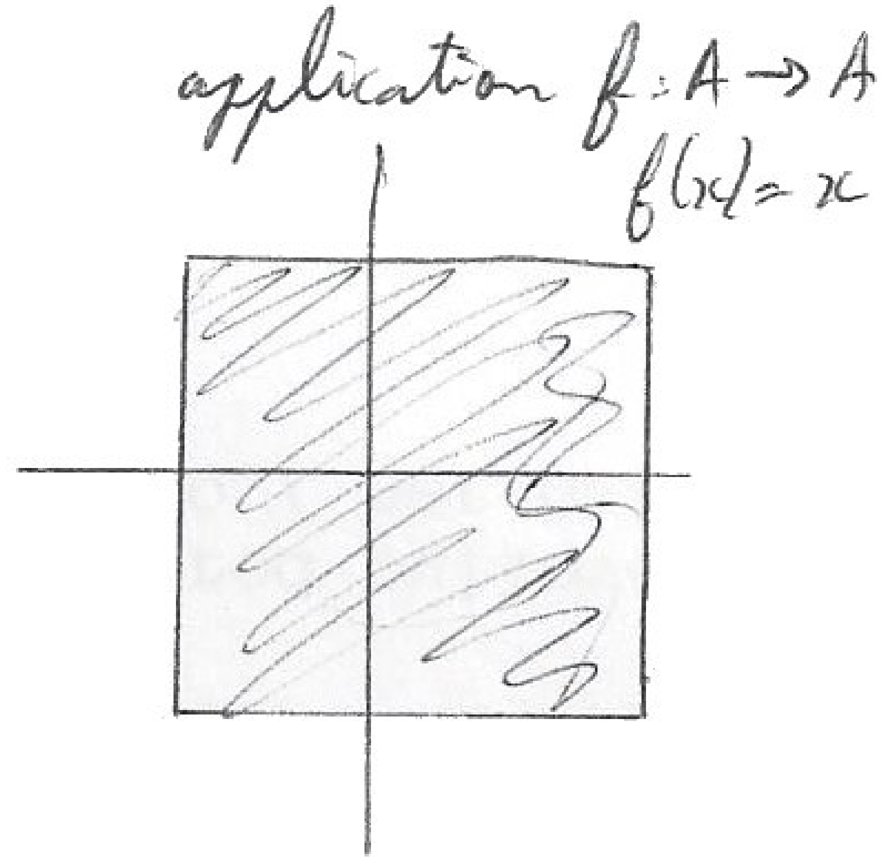
Équivalence entre champ de vecteurs et application



Équivalence entre champ de vecteurs et application

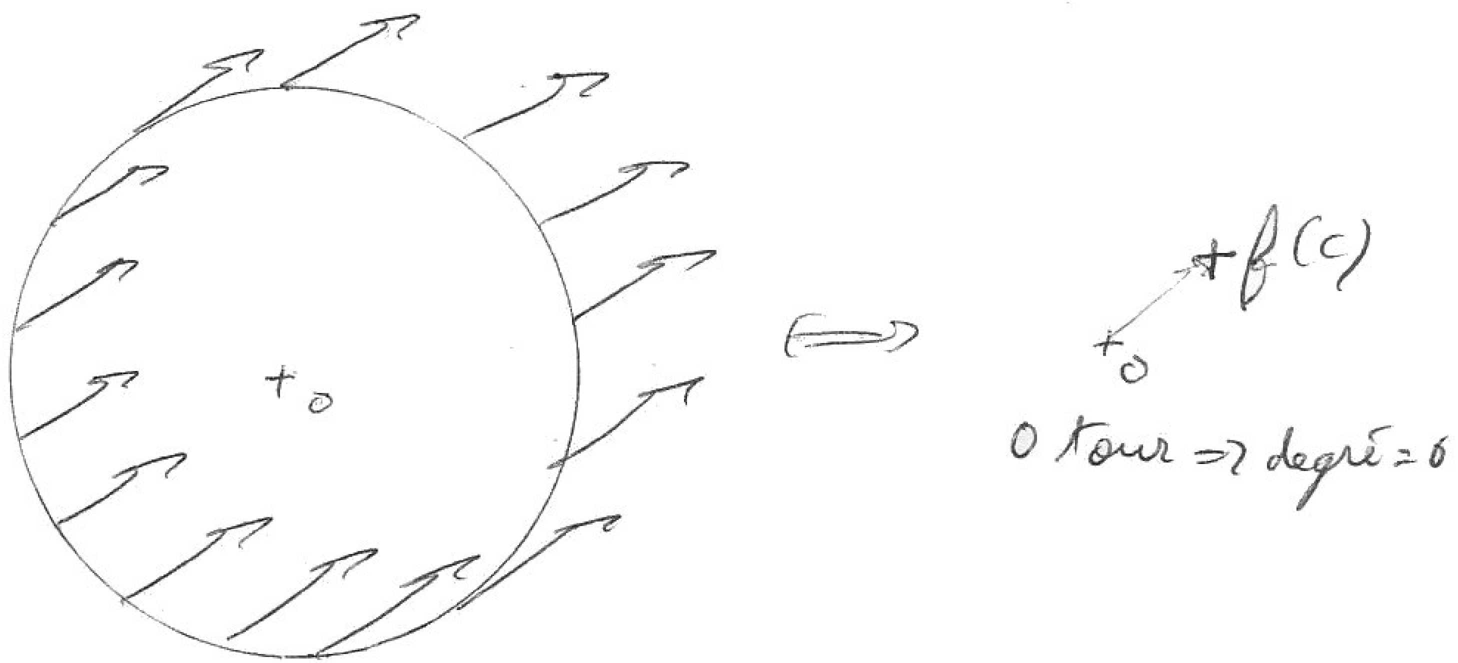


$\Longleftrightarrow$

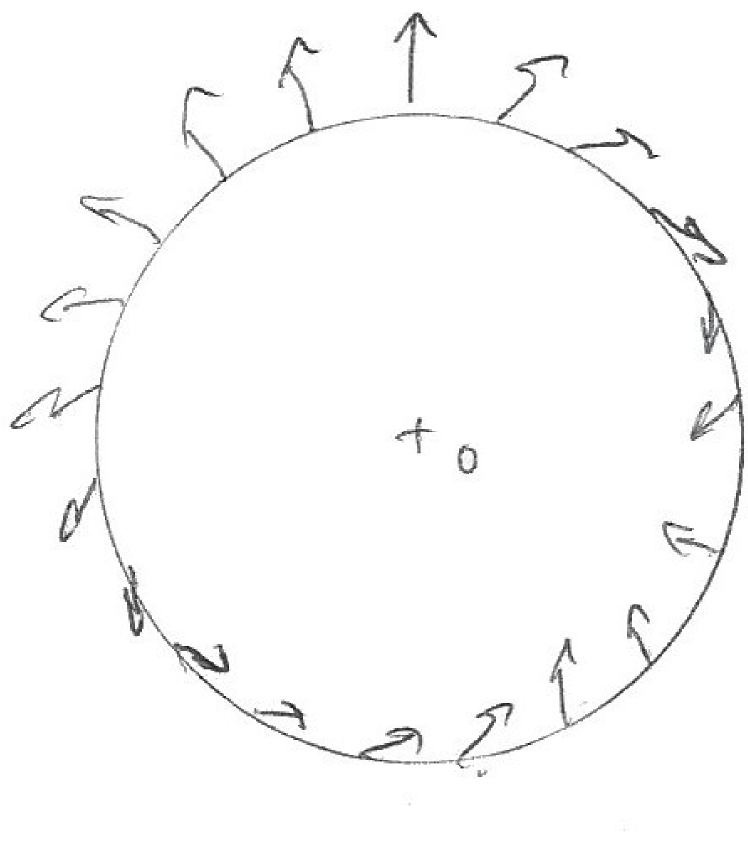


Degré d'un champ de vecteurs continu sur un cercle

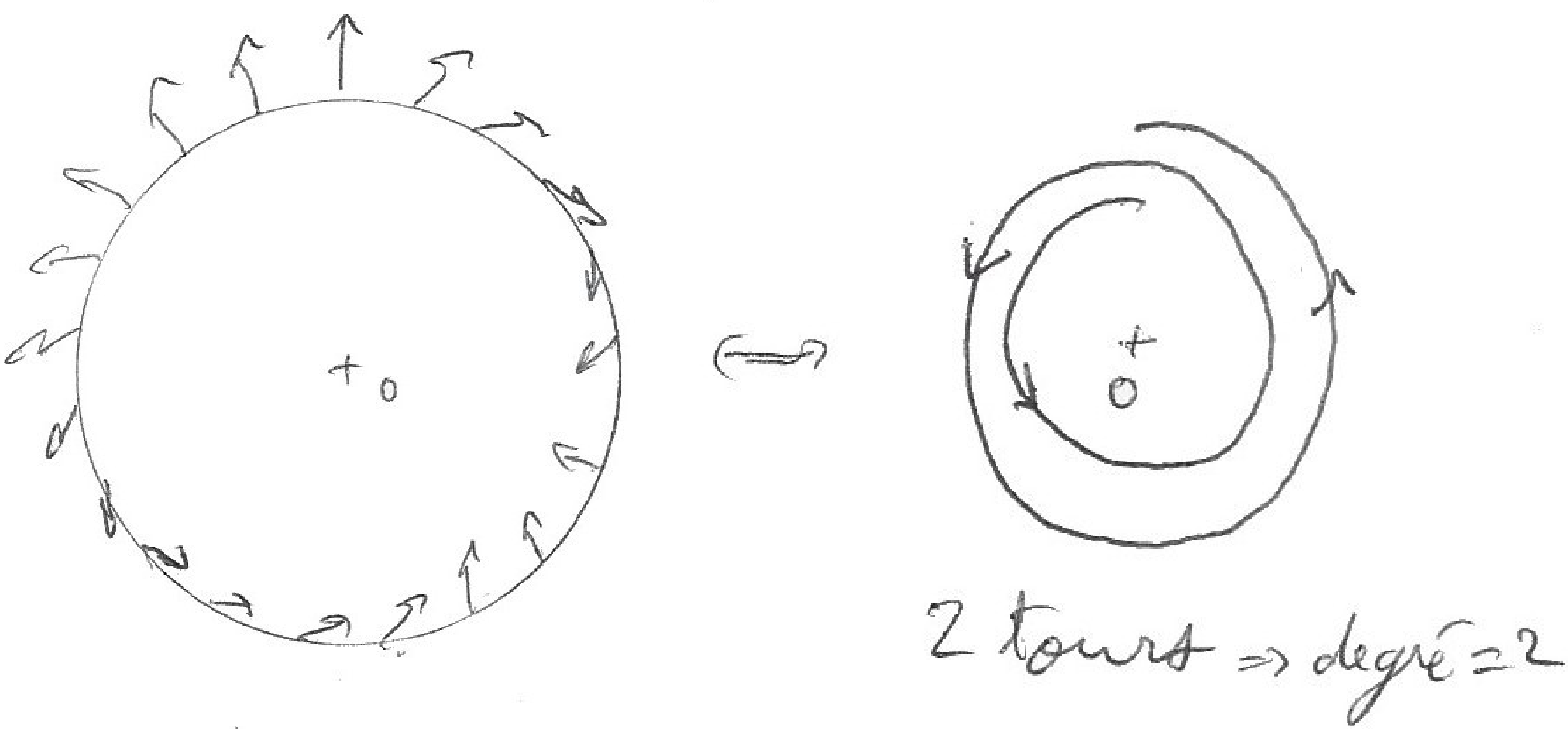
Degré d'un champ de vecteurs continu sur un cercle = degré de la courbe correspondante.



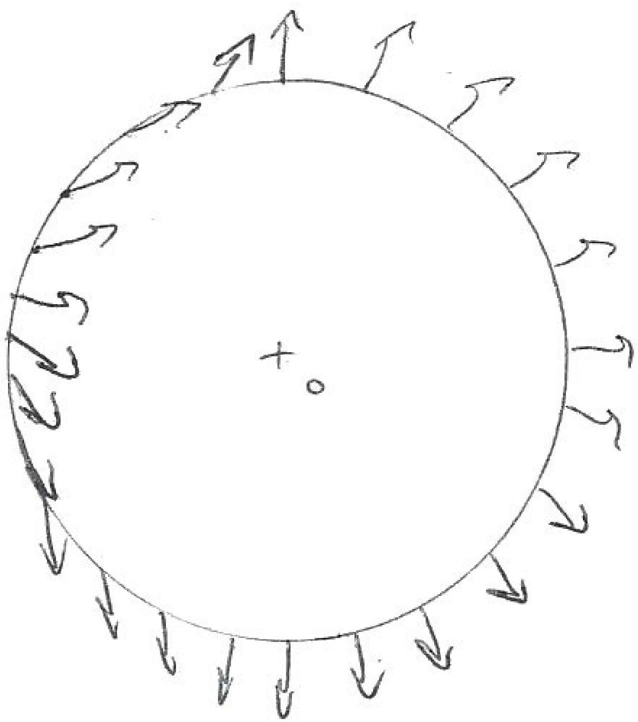
Degré d'un champ de vecteurs continu sur un cercle



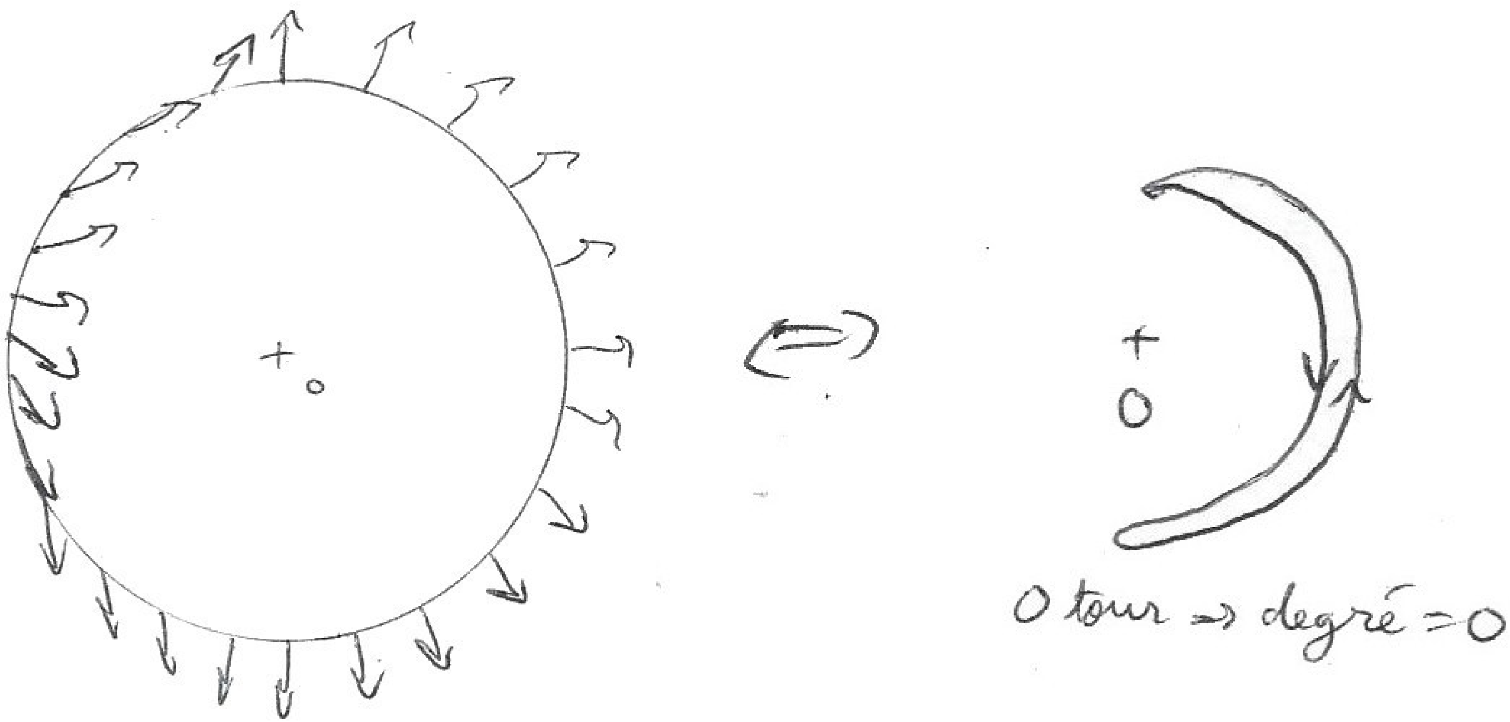
Degré d'un champ de vecteurs continu sur un cercle



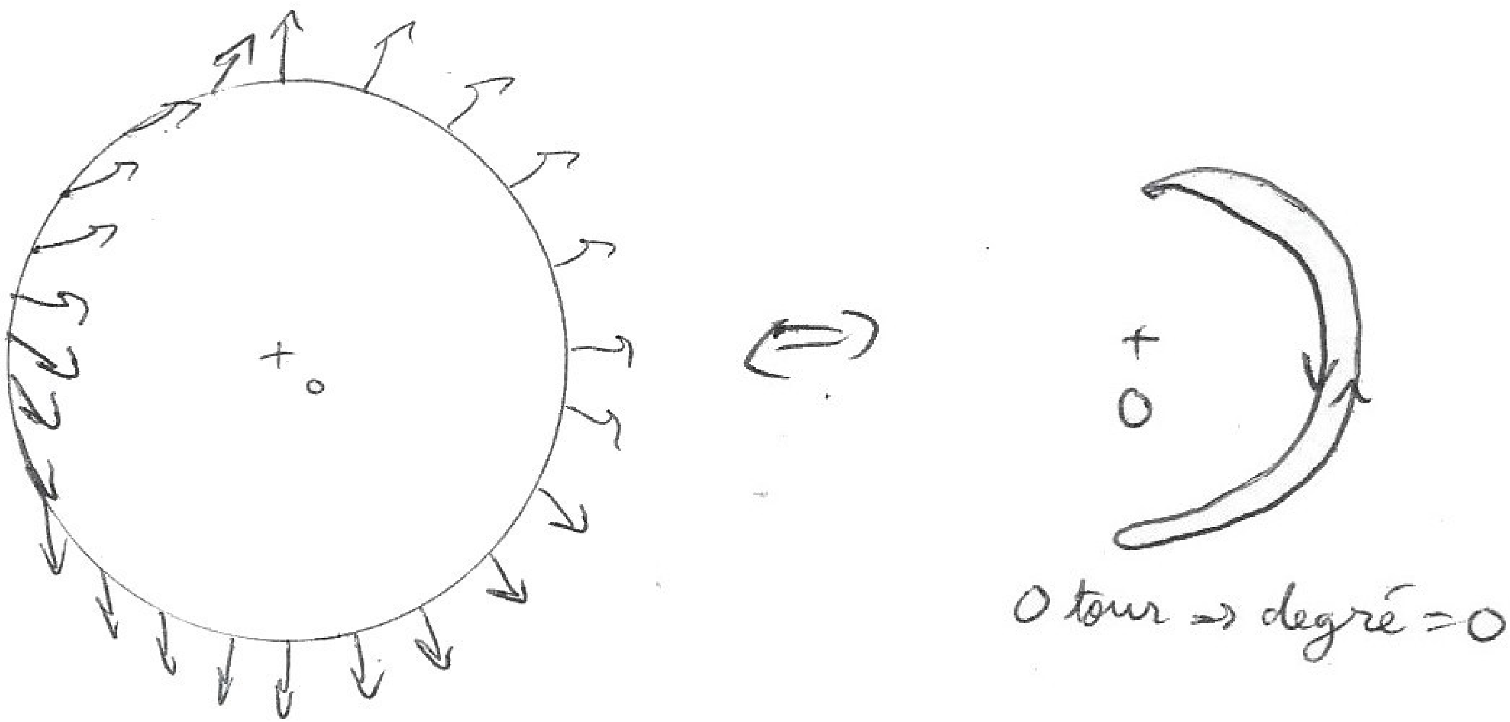
Degré d'un champ de vecteurs continu sur un cercle



Degré d'un champ de vecteurs continu sur un cercle

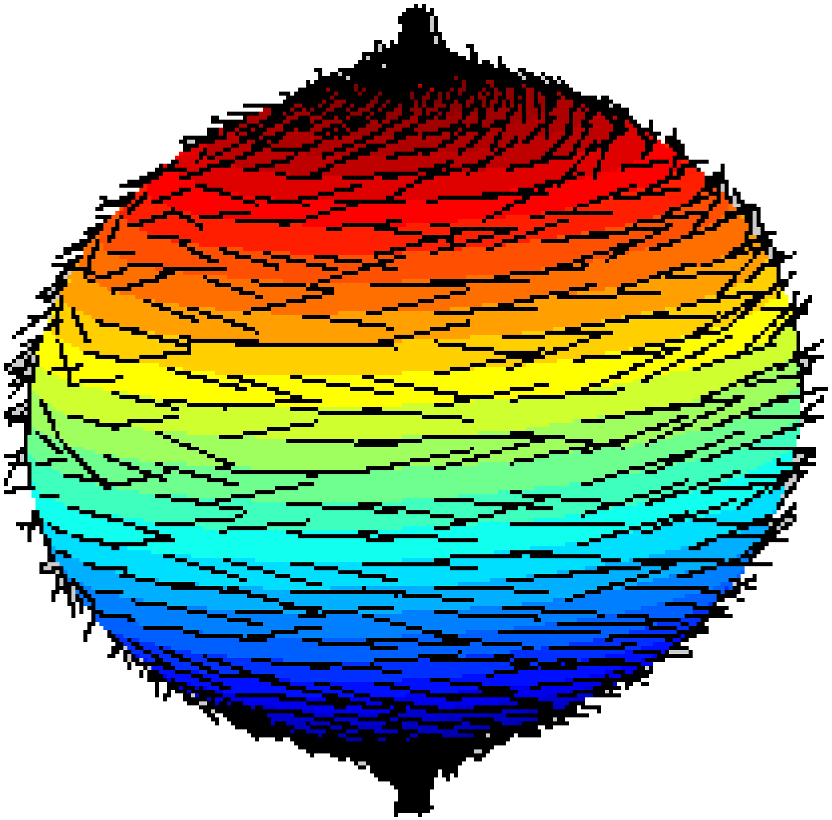


Degré d'un champ de vecteurs continu sur un cercle



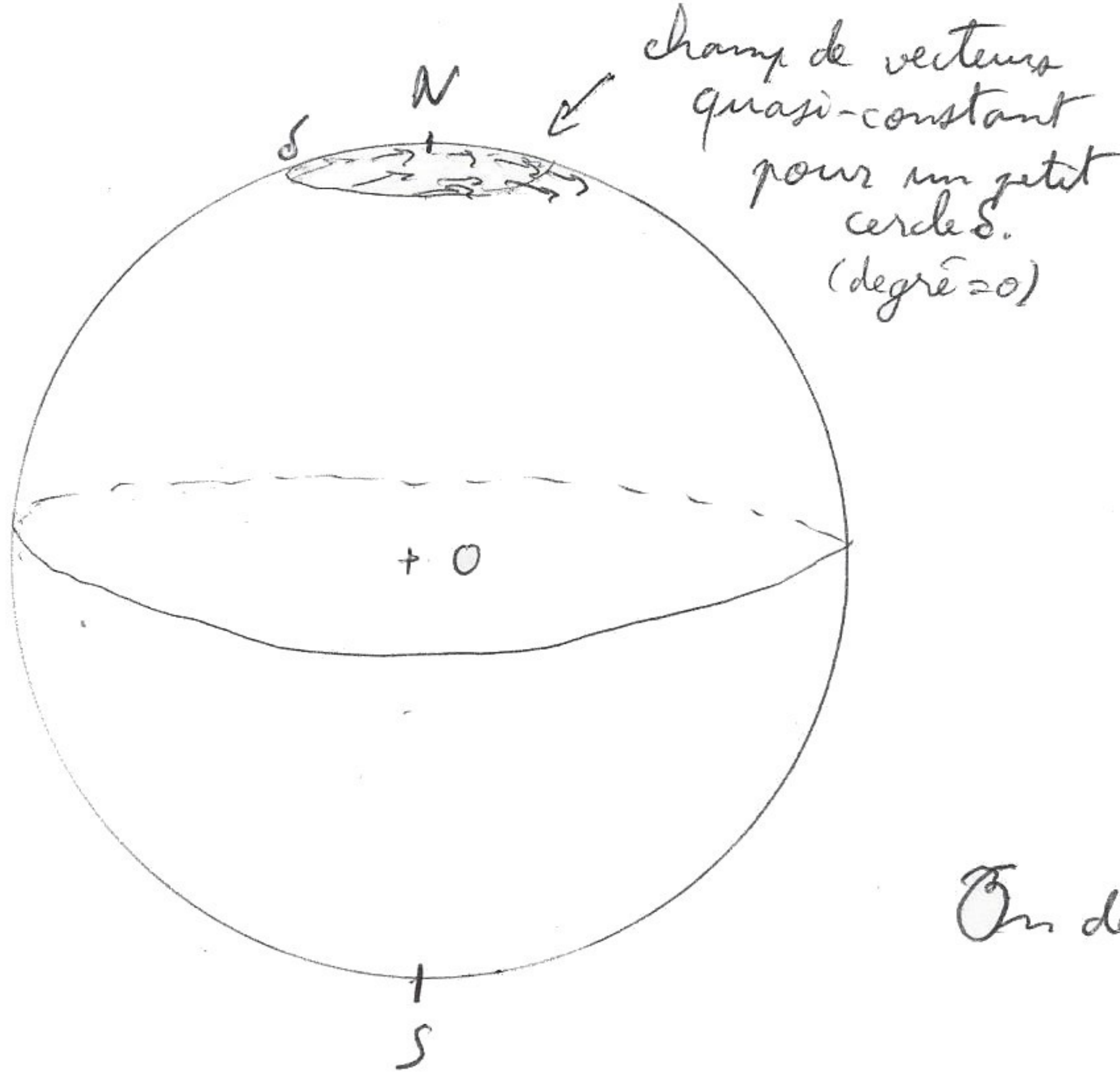
Théorème : Si le degré trouvé est non nul, alors il existe au moins un point x du disque où le vecteur associé $\overrightarrow{v(x)}$ est nul.

Théorème de la boule chevelue



Quel que soit le champ de vecteurs sur une sphère, pourvu qu'il soit continu, il existe forcément un point d'annulation.

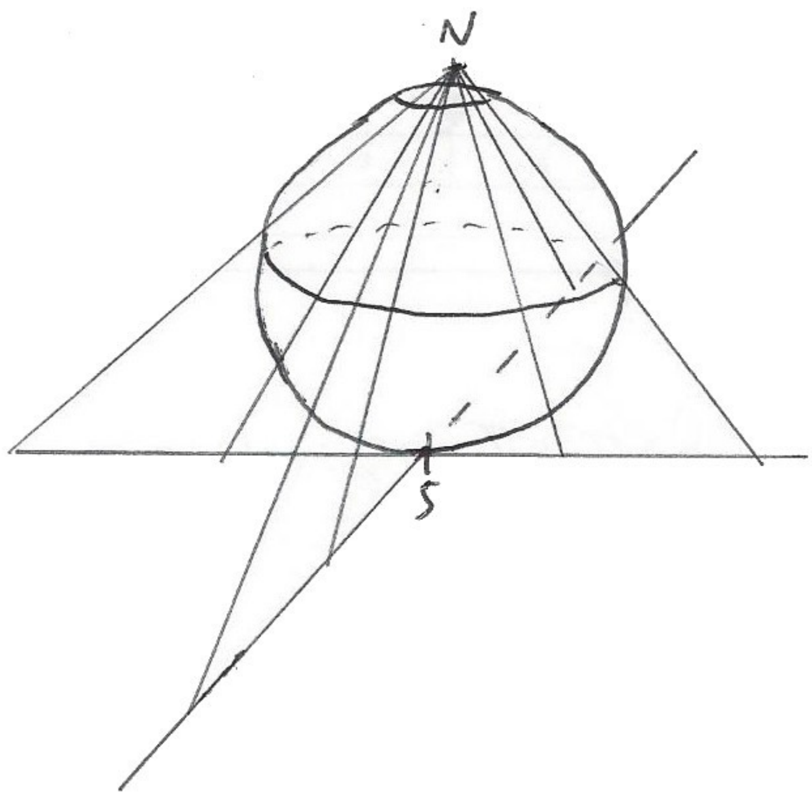
Théorème de la boule chevelue - démonstration

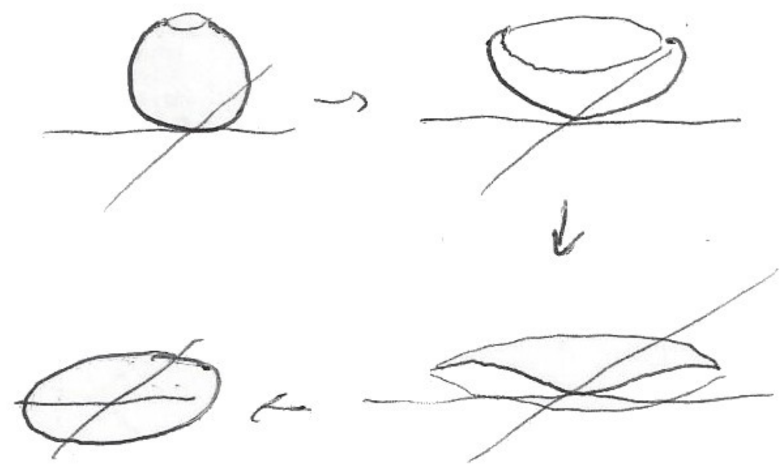


On découpe S^2 selon le cercle δ.

Théorème de la boule chevelue - démonstration

Projection stéréographique de la partie sud :
on "aplatit" le morceau restant.





Théorème de la boule chevelue - démonstration

Projection de δ :

δ

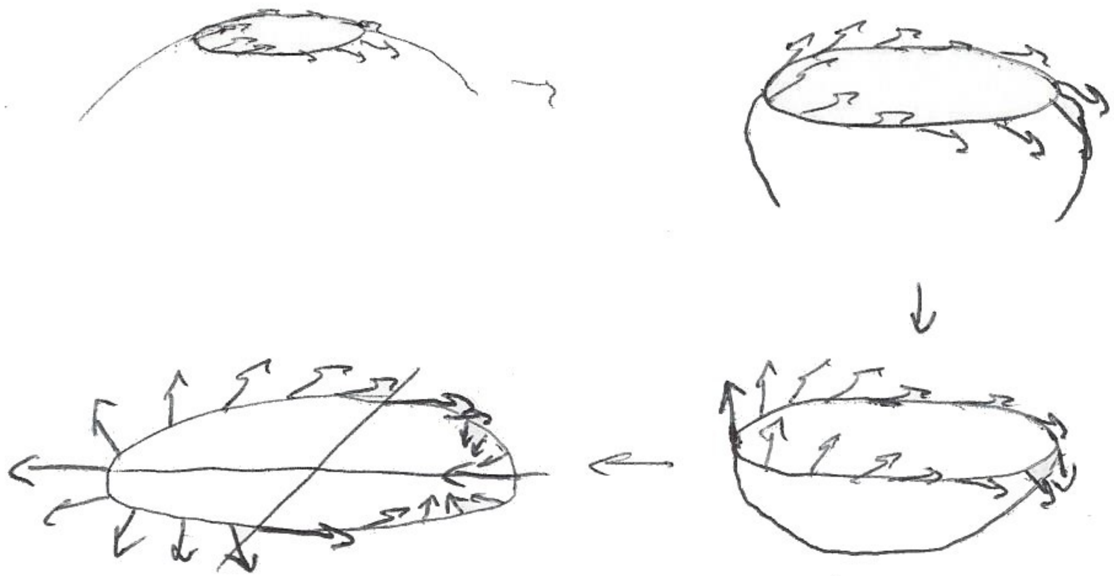


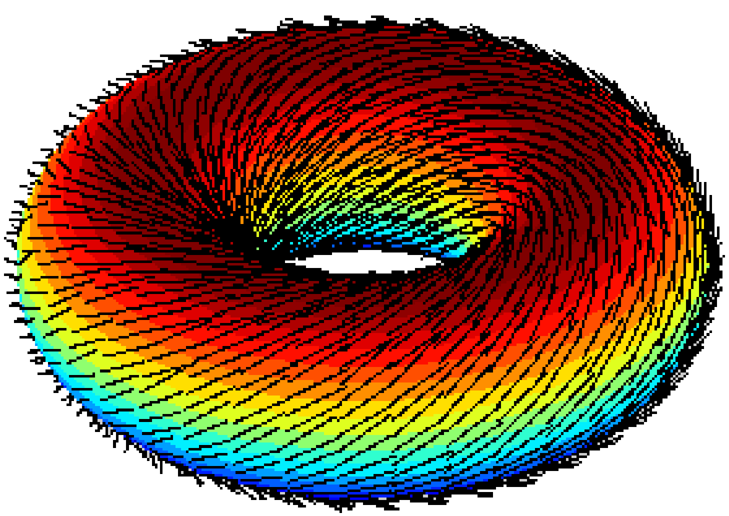
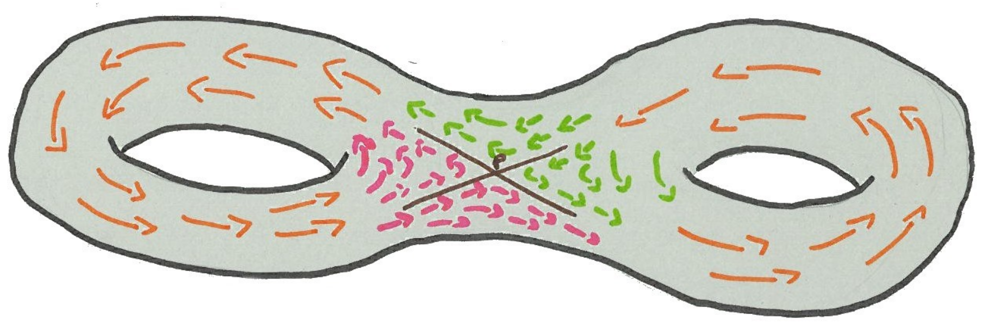
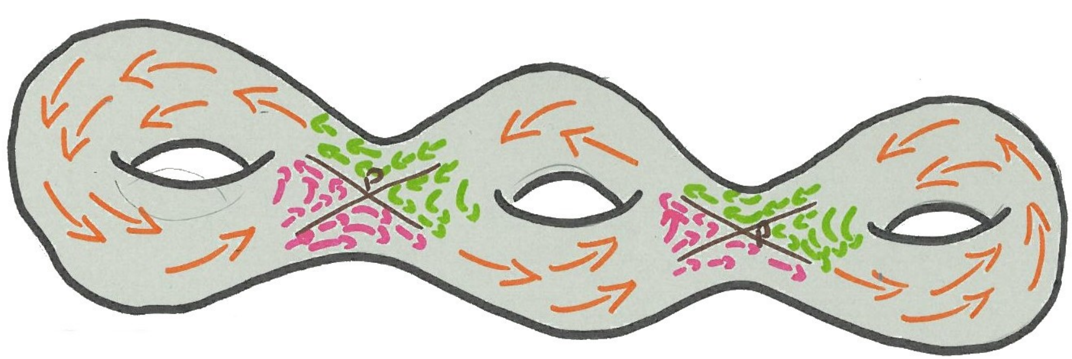
Image de δ :

<u>degré 2</u> $\Rightarrow$ au moins un point d'annulation.

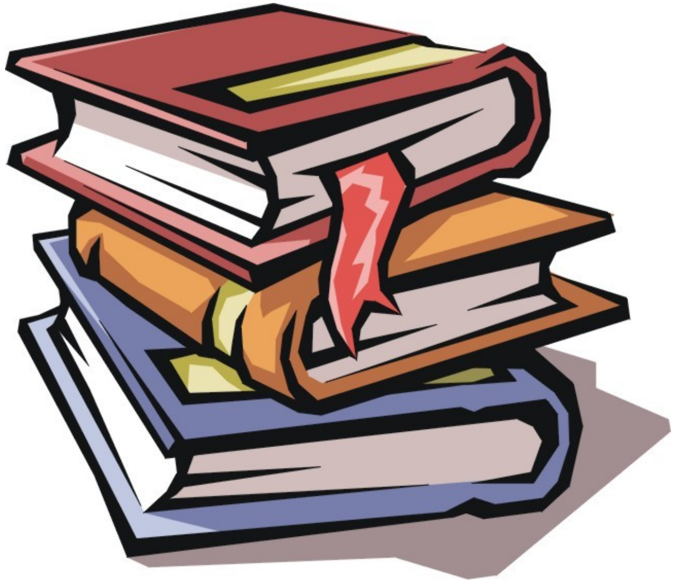
Généralisation en dimensions supérieures

Théorème : pour toutes les dimensions paires de la sphère, on a nécessairement, pour tout champ de vecteurs continu, au moins un point d'annulation.

Généralisation pour d'autres variétés topologiques de dimension 2

Bibliographie



- John Milnor, *Topology from the Differentiable Viewpoint*
- W. G. Chinn et N. E. Steenrod, *Topologie élémentaire*, Dunod, 1991

Merci pour votre attention.
Bon courage pour la fin de l'année et bon appétit !